

~ CURS 2 ~

1. Regim electrostatic

1.1. Caracterizarea câmpului electric în vid și în corpuri

Mărimea fizică ce caracterizează local starea câmpului electric se numește *vectorul intensitate a câmpului electric în vid*, se notează \vec{E}_v (mărime primitivă) și se măsoară în sistemul internațional în volt/metru, notat [V/m]. Câmpul electric poate fi creat de corpuri electrizate, atât în interiorul lor cât și în spațiul din jurul lor. Câmpul interacționează cu alte corpuri, existente în același domeniu.

Câmpul rezultat în interiorul corpurilor va avea caracteristici distincte de câmpul existent în lipsa lor. Pentru a caracteriza complet câmpul electric în interiorul corpurilor, este nevoie de o pereche de mărimi electrice:

- intensitatea câmpului electric:

$$\vec{E} = f(\vec{E}_v) \quad [E]_{SI} = 1V/m$$

- inducția electrică:

$$\vec{D} = f(\vec{E}) \quad [D]_{SI} = 1 C/m^2$$

În vid, între cele două mărimi există relația:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$$

în care $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} [F/m]$ este constanta universală numită *permitivitatea dielectrică a vidului*.

1.2. Starea de electrizare a corpurilor

O experiență cunoscută de multă vreme arată că, în urma frecării unei bare de sticlă sau rășină cu o bucată de stofă, aceste corpuri sunt aduse într-o stare calitativ nouă, caracterizată prin faptul că devin capabile să exercite acțiuni ponderomotoare, atât între ele, cât și asupra altor corpuri aflate din vecinătate.

Dacă se explorează câmpul electric în vid cu ajutorul unui corp de probă încărcat cu sarcină electrică, se determină că forța (fig. 1.1) care se exercită asupra acestuia are expresia:

$$\vec{E}_v = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_e}{q} \text{ sau } \vec{E}_v = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{R}}{R^3},$$

iar forța de interacțiune între două corpuri foarte mici, încărcate cu sarcinile q_1 și q_2 , aflate la distanța \vec{R}_{12} una de alta este egală cu:

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{R}_{12}}{R_{12}^3}$$

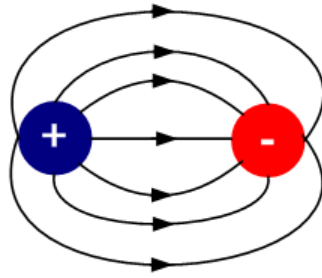


Fig. 1.1. Sensul câmpului electric produs de corpuri încărcate cu sarcină electrică pozitivă, respectiv negativă.

Sensul și direcția intensității câmpului electric și a forței de atracție (fig. 1.2a), respectiv de respingere (fig. 1.2b) sunt date de sensul vectorului de poziție \vec{R}_{12} , respectiv de semnul celor două sarcini electrice.

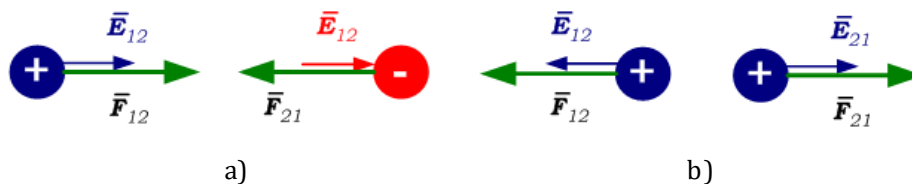


Fig. 1.2. Sensul forțelor de atracție (a), respectiv de respingere (b) între două corpuri încărcate electric.

Pe baza acestor experimente se introduce mărimea primitivă numită *sarcina electrică* (q) [C] ce caracterizează **global** starea de încărcare electrică a unui mic corp. În cazul unui corp mare, caracterizarea stării de încărcare electrică se face **local** (într-un punct), cu ajutorul unor mărimi derivate, numite *densități de sarcină electrică*.

→ densitatea lineică (liniară):

$$\rho_l = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \text{ [C/m]}$$

→ densitatea superficială (de suprafață):

$$\rho_s = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta A} = \frac{dq}{dA} \text{ [C/m}^2\text{]}$$

→ densitatea volumică (de volum):

$$\rho_v = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta v} = \frac{dq}{dv} \text{ [C/m}^3\text{]}$$

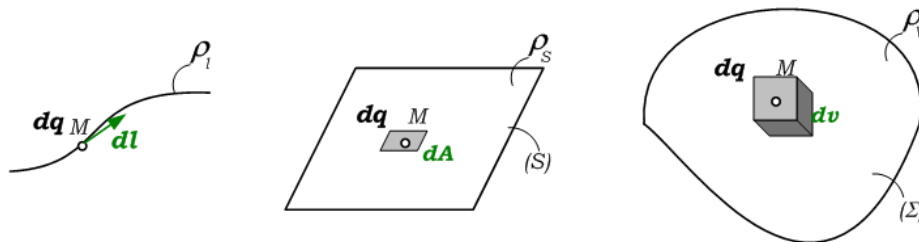


Fig. 1.3. Densități de sarcini electrice.

Corpurile încărcate cu sarcini electrice își asociază un sistem fizic numit *câmp electric* prin care între corpuri se transmit forțe și cupluri electrice. După viteza cu care transmit starea

de electrizare în urma unui contact între corpuri electrizate, corpurile se împart în următoarele trei categorii :

- *corpuri electroizolante* – transmit starea de electrizare în interval de timp de ordinul zilelor, lunilor (hârtie, ulei, aer uscat);

- *corpuri electroconductoare* – transmit această stare în timpuri foarte mici (de ordinul a $10^{-10} \div 10^{-12}$ s); din această categorie fac parte metalele și aliajele lor, cărbunele, anumite soluții de săruri, acizi sau baze. Dintre aceste materiale, deosebit de importante pentru industria electrotehnică sunt cuprul, Cu și aluminiul, Al din care se realizează conductoarele electrice;

- *corpuri semiconductoare* – sunt corpuri cu proprietăți intermediare, timpul de transmisie al stărilor fiind de ordinul secundelor.

Cu ajutorul intensității câmpului electric, \vec{E} , și al inducției electrice, \vec{D} , se caracterizează local câmpul electric. Pe baza lor se pot introduce o serie de mărimi derivate care să caracterizeze global aceste proprietăți:

▪ *tensiunea electrică* între două puncte A și B, de-a lungul unei curbe (C) (fig. 1.4), se definește ca:

$$u_{AB} = \int_{A(C)}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{A(C)}^B E \cdot dl \cdot \cos \alpha = \int_{A(C)}^B E_t \cdot dl$$

și are ca unitate de măsură *voltul* [V].

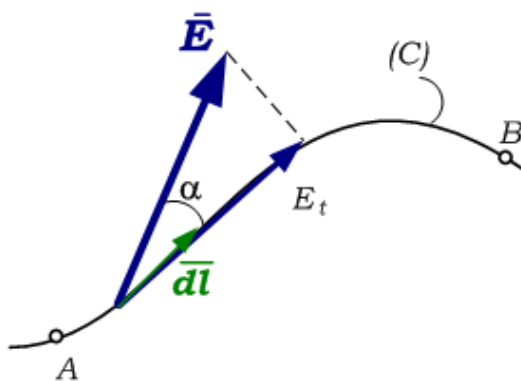


Fig. 1.4. Definirea tensiunii electrice.

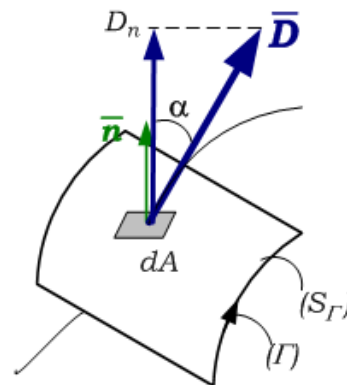


Fig. 1.5. Definirea fluxului electric.

▪ *tensiunea electromotoare (t.e.m.)* în lungul unei curbe închise (Gamma) se definește ca:

$$u_{AB} = \oint_{(\Gamma)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{(\Gamma)} E \cdot dl \cdot \cos \alpha = \oint_{(\Gamma)} E_t \cdot dl$$

▪ *fluxul electric* (engl, *electric flux*) printr-o suprafață S/S_Gamma/Sigma se definește ca:

$$\Psi_{S_\Gamma} = \int_{S_\Gamma} \vec{D} \cdot \vec{n} \cdot dA = \int_{S_\Gamma} D \cdot dA \cdot \cos \alpha = \int_{S_\Gamma} D_n \cdot dA$$

și are ca unitate de măsură *coulombul* [C] (fig. 1.5).

1.3. Legea fluxului electric

A. Forma generală integrală

Enunț: Fluxul electric prin orice suprafață închisă (Σ) este egal cu sarcina electrică totală conținută în domeniul (V_Σ) delimitat de această suprafață:

$$\Psi_\Sigma = q_{V_\Sigma}$$

sau, presupunând sarcina repartizată numai pe volum:

$$\oint_{\Sigma} \bar{\mathbf{D}} \cdot \bar{\mathbf{n}} \cdot dA = \int_{(V_\Sigma)} \rho_v \cdot dv$$

Liniile de câmp electric sunt linii deschise care pleacă de la corpurile încărcate cu sarcini pozitive și ajung pe corpurile încărcate cu sarcini negative (fig. 1.1).

B. Forme locale

Pentru domeniile de variație continuă a mărimilor, aplicându-i membrului stâng al formei integrale teorema G-O se obține forma:

$$\int_{(V_\Sigma)} \text{div} \bar{\mathbf{D}} \cdot dv = \int_{(V_\Sigma)} \rho_v \cdot dv \Rightarrow \text{div} \bar{\mathbf{D}} = \rho_v$$

La suprafața de discontinuitate (între două medii cu proprietăți electrice diferite) încărcată cu densitatea de suprafață a sarcinii electrice se obține forma:

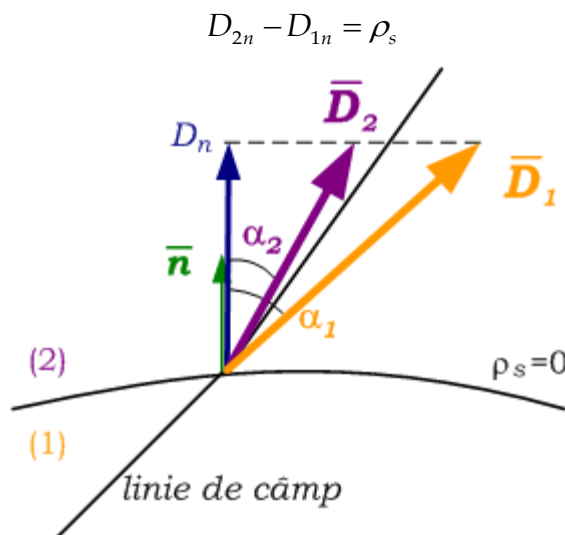


Fig. 1.6. Conservarea componentei normale a inducției electrice.

Dacă suprafața nu este încărcată cu sarcină, se obține relația de conservare a componentei normale a inducției electrice:

$$D_{2n} - D_{1n} = 0 \Rightarrow D_{2n} = D_{1n}$$

1.4. Starea de polarizare

Experiența arată că există corpuri neîncărcate electric asupra cărora un câmp electric exercită acțiuni ponderomotoare și care, la rândul lor, își asociază un câmp electric propriu. Această nouă stare de electrizare a corpurilor se numește *starea de polarizare electrică*.

Pentru investigarea stării de polarizare electrică se studiază acțiunile pe care un câmp electric invariabil în timp le exercită în vid asupra unui mic corp aflat în această stare. S-a constatat că asupra acestuia se exercită întotdeauna un cuplu și dacă este un câmp neomogen, o forță:

$$\bar{C} = \bar{p} \times \bar{E}_v \text{ sau } \bar{F} = (\bar{p} \cdot \text{grad}) \bar{E}_v$$

Cuplul tinde să alinieze momentul electric pe direcția vectorului câmp electric, iar forța tinde să atragă corpul polarizat în regiunile de câmp mai intense (fig. 1.7).

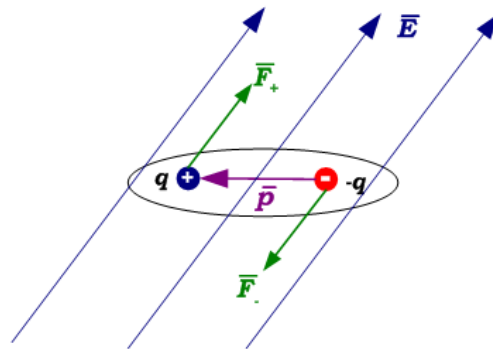


Fig. 1.7. Cuplul de forțe ce acționează asupra unui corp polarizat.

Starea de polarizare a unui mic corp este caracterizată global de *momentul electric* (\bar{p}), o mărime primitivă vectorială. În cazul unui corp de dimensiuni mari, starea de polarizare se caracterizează local, cu ajutorul densității de volum a momentului electric, mărime derivată vectorială, numită *polarizație* (\bar{P}):

$$\bar{P} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta v} = \frac{d\bar{p}}{dv} \quad [P]_{SI} = 1C/m^2$$

Starea de polarizare se poate obține prin:

- tratamente speciale precum: deformare electrică (piezoelectricitate), încălzire (piroelectricitate), topire și solidificare într-un câmp electric;
- simpla introducere a lor într-un câmp electric.

Materialele din prima categorie din care fac parte cristalele de cuarț, sarea Seignette și turmalina, au o stare de polarizare independentă de câmpul electric, numită *polarizare permanentă*, caracterizată de momentul electric permanent, \bar{p}_p . Din a doua categorie fac parte dielectricii, a căror stare de polarizare apare numai în prezența câmpului electric și dispare când acesta se anulează. O astfel de polarizare se numește *polarizare temporară* și este caracterizată de momentul electric temporar, \bar{p}_t .

Cele două tipuri de polarizări nu se exclud, astfel încât momentul electric cât și polarizația satisfac relațiile:

$$\bar{p} = \bar{p}_p + \bar{p}_t \quad \text{și} \quad \bar{P} = \bar{P}_p + \bar{P}_t$$

1.5. Legea polarizației temporare

Enunț: Dependența componentei temporare a polarizației de intensitatea câmpului electric inductor este exprimată de *legea polarizației temporare*:

$$\bar{\mathbf{P}}_t = f(\bar{\mathbf{E}})$$

- pentru o clasă largă de materiale, în regimuri staționare sau nu prea rapid variabile în timp, relația este de proporționalitate:

$$\bar{\mathbf{P}}_t = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \bar{\mathbf{E}} \quad \text{– materiale liniare și izotrope}$$

χ_e se numește susceptivitatea electrică;

- dacă $\chi_e = \chi_e(\bar{\mathbf{E}})$ materialele sunt neliniare și anizotrope;
- dacă materialul este anizotrop, dar caracterizat de o rețea cristalină, în general uniformă și continuă:

$$\bar{\mathbf{P}}_t = \varepsilon_0 \overset{\equiv}{\chi}_e \bar{\mathbf{E}}$$

$\overset{\equiv}{\chi}_e$ este tensorul susceptivității electrice.

1.6. Legea legăturii în câmp electric ($\bar{\mathbf{D}}$, $\bar{\mathbf{E}}$, $\bar{\mathbf{P}}$)

Enunț: Indiferent de regimul de desfășurare a fenomenelor electromagnetice, în orice punct și în orice moment, între inducția electrică $\bar{\mathbf{D}}$, intensitatea câmpului electric $\bar{\mathbf{E}}$ și polarizația $\bar{\mathbf{P}}$, există relația:

$$\bar{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{P}}$$

Aceste două legi pot fi folosite împreună pentru materialele liniare, rezultând:

$$\bar{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{P}}_t + \bar{\mathbf{P}}_p = \varepsilon_0 \chi_e \bar{\mathbf{E}} + \varepsilon_0 \bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{P}}_p = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{P}}_p = \varepsilon_0 \varepsilon_r \bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{P}}_p = \varepsilon \bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{P}}_p$$

unde $\varepsilon_r = (1 + \chi_e)$ – permitivitatea relativă a materialului.

Pentru mediile lipsite de o polarizație permanentă relația devine:

$$\bar{\mathbf{D}} = \varepsilon \bar{\mathbf{E}}$$

ceea ce arată că liniile de câmp ale celor două câmpuri de vectori sunt în acest caz coincidente (paralele).

1.7. Materiale dielectrice

Dielectricii sunt materiale susceptibile de o polarizare electrică temporară. Dat fiind că dielectricii sunt aproape fără excepție și materiale electroizolante, în tehnică ei se utilizează fie pentru izolarea circuitelor electrice ale mașinilor, aparatelor sau altor instalații electrice (caz în care proprietatea lor de a nu conduce curentul electric este esențială), fie ca element de ocupare a spațiului dintre armăturile condensatoarelor electrice, caz în care, pe lângă proprietatea menționată, devine importantă și însușirea lor de a polariza în câmp electric.

Principalele lor caracteristici electrice de interes tehnic sunt următoarele:

1. *polarizabilitatea electrică temporară* este caracterizată prin susceptivitatea electrică χ_e a materialului, mărime care are un caracter scalar la dielectricii izotropi și tensorială la cei

anizotropi. Cel mai adesea însă, această proprietate se descrie cu ajutorul permitivității electrice relative sau absolute a materialului:

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e \text{ și } \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

2. *rigiditatea electrică* E_d , este prin definiție acea valoare a intensității câmpului electric stabilit în material care, odată depășită, duce la pierderea calităților electroizolante ale acestuia (fenomen numit și străpungerea dielectricului). Ea este puternic influențată de diferiți factori externi, cum sunt: umiditatea și temperatura mediului ambiant (a căror creștere determină în general scăderea rigidității dielectrice), frecvența câmpului aplicat, forma electrozilor etc.;
3. *pierderile de putere dielectrice* reprezintă pierderile ce apar în materialul dielectric la introducerea lui într-un câmp variabil în timp. Ele se datorează mai multor cauze, dintre care cele mai importante sunt: caracterul imperfect al dielectricilor (ceea ce determină un anumit curent electric de conducție rezidual și, deci, pierderi corespunzătoare prin efect Joule), și, postefectul electric, important mai ales la variații bruște ale câmpului aplicat.

Din cauza acestor pierderi, inducția electrică urmărește, cu o anumită întârziere, variația în timp a intensității câmpului electric. În curent alternativ, defazajul corespunzător δ este numit *unghi de pierderi* și constituie o bună măsură a pierderilor dielectrice. Expresia pierderilor specifice (raportate la unitatea de volum) corespunzătoare este:

$$p_d = 5,56 \cdot 10^9 \cdot f \cdot E^2 \cdot \varepsilon_r \cdot \operatorname{tg} \delta \text{ [W / m}^3 \text{]}$$

în care f este frecvența câmpului aplicat, de intensitate E .

Deși pierderile dielectrice constituie, în general, un fenomen nedorit, din cauza încălzirii suplimentare produse, sunt totuși cazuri în care tocmai această încălzire poate fi utilă: uscarea unor materiale dielectrice (industria alimentară, farmaceutică) între electrozi de formă adecvată ai unui condensator alimentat la o tensiune alternativă de înaltă frecvență;

4. *rezistivitatea electrică* ρ a dielectricilor este foarte mare, având de obicei valori mai mari de ordinul $10^8 \Omega \cdot \text{m}$.

Cele mai des întâlnite materiale dielectrice în practică sunt: rășinile, polietilena, poliamida, poliesterul, uleiul de transformator, hârtia electroizolantă, preșpanul, plexiglasul, cauciucul natural, ceramica electrotehnică, sticla etc.

Pentru unele dintre cele mai utilizate materiale dielectrice acești parametri au valori în următoarele game:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &\in [1; 10] \quad (\text{adimensional}) \\ E_d &\in [20; 400] \quad (\text{kV/cm}) \quad (\text{pentru frecvența de 50 Hz}) \\ \operatorname{tg} \delta &\in [2 \cdot 10^{-3}; 20 \cdot 10^{-3}] \\ \rho &\in [10^8; 10^{16}] \quad (\Omega \cdot \text{m}) \end{aligned}$$